**4 SEM FYUGP ZOOC4A**

**2025**

( June )

ZOOLOGY

( Core )

Paper : ZOOC4A

**( Biochemistry )**

*Full Marks* : 45

*Time* : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

**1.** খালী ঠাই পূৰণ কৰা : 1×4=4

Fill in the blanks :

*(a)* এণ্ট্ৰ'পি হৈছে কোনো বস্তুত _____ৰ পৰিমাপ।

Entropy is the measure of _____ in the system.

*(b)* পলিপেপটাইড শৃংখলত থকা এমিন' এচিডবোৰ _____ বান্ধোনৰ দ্বাৰা সংযুক্ত হয়।

The amino acids in polypeptide chain are joined by _____ bonds.

(c) _____ হৈছে এটা গাঁথনিগত কাৰ্বʼহাইড্ৰেট আৰু ই উদ্ভিদৰ কোষবেৰৰ মূল উপাদান।

_____ is a structural carbohydrate and is the main component of the plant cell wall.

(d) এটা সম্পূৰ্ণ উৎসেচকৰ প্ৰʼটিন অংশক _____ বোলা হয়।

The protein part of a holoenzyme is called _____.

**2.** চমু টোকা লিখা (যি কোনো দুটা) : 3×2=6

Write short notes on (any *two*) :

(a) ৰেডক্স বিক্ৰিয়া / Redox reactions

(b) ইউৰিয়া চক্ৰৰ তাৎপৰ্য / Significance of urea cycle

(c) অপৰিহাৰ্য এমিনʼ এচিড / Essential amino acids

(d) কোএনজাইম / Coenzymes

**3.** পাৰ্থক্য লিখা (যি কোনো দুটা) : 2×2=4

Differentiate between (any *two*) :

(a) প্ৰʼটিনৰ প্ৰাথমিক গঠন আৰু গৌণ গঠন

Primary structure and Secondary structure of protein





(b) সংপৃক্ত ফেটি এচিড আৰু অসংপৃক্ত ফেটি এচিড

Saturated fatty acid and Unsaturated fatty acid

(c) গ্লাইকোজেনেছিছ আৰু গ্লাইকোজেনʼলাইছিছ

Glycogenesis and Glycogenolysis

(d) ষ্টাৰ্চ আৰু গ্লাইকʼজেন

Starch and Glycogen

**4.** তাপগতিবিদ্যাৰ তিনিটা নিয়ম ব্যাখ্যা কৰা। 7

Explain the three laws of thermodynamics.

*অথবা / Or*

ইলেক্ট্ৰন পৰিবহণ শৃংখলৰ ওপৰত এটা টোকা লিখা।

Write a note on the electron transport chain.

**5.** উদাহৰণৰ সৈতে প্ৰʼটিনৰ শ্ৰেণীবিভাজনৰ বিষয়ে বিতংভাৱে আলোচনা কৰা। 8

Discuss, in detail, about the classification of protein with example.

*অথবা / Or*

প্ৰʼটিনৰ বিকৃতি আৰু পুনৰ প্ৰকৃতিৰ প্ৰক্ৰিয়া বিতংভাৱে ব্যাখ্যা কৰা।

Explain, in detail, the process of denaturation and renaturation of protein.

6. গ্লাইকোলাইছিছ কি ? গ্লাইকোলাইছিছৰ বিভিন্ন দফাৰ বিষয়ে ব্যাখ্যা কৰা। 1+7=8

**What is glycolysis? Explain the different steps of glycolysis.**

*অথবা / Or*

ফেটি এচিডৰ বিটা-অক্সিডেচন প্ৰক্ৰিয়াৰ বিষয়ে বৰ্ণনা কৰা। 8

**Describe the process of beta-oxidation of fatty acids.**

7. মাইকেলিছ-মেনটেন সমীকৰণ কি ? এনজাইমৰ ক্ৰিয়াৰ ব্যৱস্থা বিতংভাৱে ব্যাখ্যা কৰা। 1+7=8

**What is Michaelis-Menten equation? Explain, in detail, the mechanism of enzyme action.**

*অথবা / Or*

এনজাইম নিষেধক মানে কি ? বিভিন্ন ধৰণৰ এনজাইম নিষেধকৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 1+7=8

**What is enzyme inhibition? Discuss various types of enzyme inhibition.**

★★★

**4 SEM FYUGP ZOOC4B**

**2025**

( June )

# ZOOLOGY

( Core )

Paper : ZOOC4B

## ( Animal Physiology )

*Full Marks* : 45

*Time* : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

1. খালী ঠাই পূৰণ কৰা : 1×4=4

Fill in the blanks :

(a) পাকস্থলীৰ মুখ্য কোষবোৰে প্ৰ'এনজাইম _____ নিঃসৰণ কৰে।

Chief cells of the stomach secrete pro-enzyme _____.

(b) হৃদযন্ত্ৰৰ সোঁ অলিন্দ আৰু সোঁ নিলয় _____ ভাল্‌ভৰ দ্বাৰা বিভাজিত হৈছে।

The right auricle and the right ventricle of the heart is separated by the _____ valve.

(c) ৰক্তকণিকা গঠন হোৱা পদ্ধতিক _____ কোৱা হয়।

The process of formation of blood cells is known as _____.

(d) বৃক্কীয় ৰক্তকণিকা গ্ল'মাৰোলাচ আৰু _____ৰে গঠিত।

The renal corpuscle is formed by glomerulus and _____.

**2.** চমু টোকা লিখা (যি কোনো দুটা) : 3×2=6

Write short notes on (any *two*) :

(a) পাচন তন্ত্ৰৰ সহযোগী গ্ৰন্থিসমূহ

Associated glands in digestive system

(b) হিম'গ্লবিনৰ গঠন

Structure of hemoglobin

(c) ই. চি. জি.

ECG

**3.** পাৰ্থক্য লিখা (যি কোনো দুটা) : 2×2=4

Differentiate between (any *two*) :

(a) ফ্লোমীয় সঞ্চালন আৰু দৈহিক সঞ্চালন

Pulmonary circulation and Systemic circulation

(b) মানুহৰ শুক্ৰকোষ আৰু ডিম্বকোষ

Human Sperm and Ovum





(c) কাৰ্ডিয়াক চক্ৰ আৰু কাৰ্ডিয়াক আউটপুট

Cardiac cycle and Cardiac output

**4.** কাৰ্ব'হাইড্ৰেটৰ পাচন নলীত পাচনৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। হৰম'নে কেনেকৈ উৎসেচক নিঃসৰণ নিয়ন্ত্ৰণ কৰে? 5+2=7

Discuss about the digestion of carbohydrates in gastrointestinal tract. How do hormones control the enzyme secretion?

*অথবা / Or*

নেফ্ৰন কি? মূত্ৰ গঠনৰ ব্যৱস্থা আলোচনা কৰা। 1+6=7

What is nephron? Discuss the mechanism of urine formation.

**5.** তেজত অক্সিজেন পৰিবহণ-প্ৰণালীৰ বিষয়ে লিখা। অক্সিজেন বিচ্ছিন্নতাৰ বক্ৰতা আঁকা আৰু বক্ৰতা প্ৰভাৱিত কৰা কাৰকবোৰ আলোচনা কৰা। 3+5=8

Write the mechanism of oxygen transport in blood. Draw the oxygen dissociation curve and discuss the factors affecting the curve.

*অথবা / Or*

জোৱাৰীয় আয়তন আৰু জৈৱশক্তি ক্ষমতাৰ সংজ্ঞা দিয়া। শ্বসন প্ৰক্ৰিয়াৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 2+6=8

Define tidal volume and vital capacity. Discuss the mechanism of respiration.

6. তেজ গোট মৰাৰ ব্যৱস্থা আলোচনা কৰা। 8

Discuss the mechanism of blood clotting.

অথবা / *Or*

হৃদযন্ত্ৰৰ পেচমেকাৰ মানে কি? হৃদযন্ত্ৰৰ হাৰৰ স্নায়ুতন্ত্ৰ আৰু ৰাসায়নিক নিয়ন্ত্ৰণ আলোচনা কৰা। 2+(3+3)=8

What is pacemaker of heart? Discuss the nervous and chemical regulation of heart rate.

7. অণ্ডকোষৰ হিষ্ট'লজিকেল গঠন বৰ্ণনা কৰা। পুৰুষৰ গৰ্ভনিৰোধৰ বিভিন্ন পদ্ধতি উল্লেখ কৰা। 3+5=8

Describe the histological structure of testis. Mention the different methods of contraception in male.

অথবা / *Or*

বয়ঃসন্ধি কি? বয়ঃসন্ধিত হোৱা পৰিৱৰ্তনবোৰ চমুকৈ আলোচনা কৰা। 2+6=8

What is puberty? Discuss, in brief, about changes occur during puberty.

★★★

**4 SEM FYUGP ZOOC4C**

**2025**

( June )

ZOOLOGY

( Core )

Paper : ZOOC4C

**( Genetics and Evolutionary Biology )**

*Full Marks* : 45

*Time* : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

**1.** খালী ঠাই পূৰ কৰা : 1×4=4

Fill in the blanks :

*(a)* 'বংশগতি তত্ত্ব' শব্দটো _____য়ে দিছিল।

The term 'genetics' was coined by _____.

*(b)* দ্বি-সংকৰ জনন পৰীক্ষাৰ ব্যক্তৰূপ অনুপাত হৈছে _____।

The phenotypic ratio of a dihybrid cross is _____.

*(c)* হাৰ্ডি-উইনবাৰ্গ সমীকৰণটো হ'ল _____।

The Hardy-Weinberg equation is _____.

(d) আধুনিক ঘোঁৰাৰ উৎপত্তি ভূ-তাত্ত্বিক সময়ৰ পৰিসৰৰ _____ যুগত হৈছিল।

The modern horse originated in _____ era of geological timescale.

2. পাৰ্থক্য লিখা (যি কোনো দুটা) : 2×2=4

Differentiate between (any *two*) :

(a) অসম্পূৰ্ণ প্ৰৱলতা আৰু সহপ্ৰৱলতা

Incomplete dominance and Co-dominance

(b) সহলগ্নতা আৰু ক্ৰছিং-অ'ভাৰ

Linkage and Crossing-over

(c) ডাৰউইনবাদ আৰু লেমাৰ্কবাদ

Darwinism and Lamarckism

3. চমু টোকা লিখা (যি কোনো দুটা) : 3×2=6

Write short notes on (any *two*) :

(a) একাধিক এলিল

Multiple alleles

(b) নিও-ডাৰউইনবাদ

Neo-Darwinism





(c) মানুহৰ লিংগ নিৰ্ণয়

Sex determination in human

(d) বটলনেক পৰিঘটনা

Bottleneck phenomenon

4. এপিষ্টেছিছ কি? এটা উদাহৰণৰ সৈতে প্ৰভাৱী এপিষ্টেছিছৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 1+6=7

What is epistasis? Discuss dominant epistasis with an example.

*অথবা / Or*

দ্বি-সংকৰ জননৰ সহায়ত মেণ্ডেলৰ স্বতন্ত্ৰ বিভাজনৰ সূত্ৰটো আলোচনা কৰা। মেণ্ডেলে তেওঁৰ জিনীয় পৰীক্ষাৰ বাবে মটৰ মাহ কিয় বাছি লৈছিল, কাৰণ দৰ্শোৱা। 5+2=7

Discuss Mendel's law of independent assortment with the help of a dihybrid cross. State why Mendel chose pea plant for his genetic experiments.

5. এক্সট্ৰানিউক্লিয়াৰ বংশগতি কি? বংশগতিত মাতৃৰ প্ৰভাৱৰ বিষয়ে উদাহৰণৰ সৈতে আলোচনা কৰা। 1+7=8

What is extranuclear inheritance? Discuss the maternal effect of inheritance with example.

*অথবা / Or*

সহলগ্নতা মেপ কি? এখন জিন মেপৰ নিৰ্মাণৰ দশাসমূহ বৰ্ণনা কৰা। 1+7=8

What is linkage map? Describe the steps of formation of a gene map.

6. উৎপৰিৱৰ্তন কি? ক্ৰম'জ'ম উৎপৰিৱৰ্তনৰ বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ বিষয়ে উদাহৰণৰ সৈতে ব্যাখ্যা কৰা। 1+7=8

What is mutation? Discuss the various types of chromosome mutation with examples.

অথবা / Or

উৎপৰিৱৰ্তন কি? প্ৰৰোচিত উৎপৰিৱৰ্তনৰ ভৌতিক আৰু ৰাসায়নিক মিউটেজেনৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 1+7=8

What is mutation? Discuss the various physical and chemical mutagens of induced mutation.

7. হাৰ্ডি-উইনবাৰ্গ নীতি কি? হাৰ্ডি-উইনবাৰ্গ নীতিৰ পক্ষত থকা বিভিন্ন কাৰকৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 2+6=8

What is Hardy-Weinberg principle? Discuss the various factors favouring Hardy-Weinberg principle.

অথবা / Or

গণ-বিলুপ্তিৰ কাৰণ আৰু প্ৰভাৱৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 4+4=8

Discuss the causes and effects of mass extinction.

★★★

**4 SEM FYUGP ZOOC4D**

**2025**

( June )

# ZOOLOGY

( Core )

Paper : ZOOC4D

**( Molecular Biology )**

*Full Marks* : 45

*Time* : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

**1.** খালী ঠাঁই পূৰ কৰা : 1×4=4

Fill in the blanks :

*(a)* DNAত নিউক্লিঅ'টাইড অণুসমূহ এটা আনটোৰ লগত _____ বান্ধনীৰ দ্বাৰা সংযুক্ত।

In DNA, the individual nucleotides are linked to one another by _____ bond.

*(b)* DNA অনুকৃত্যায়নৰ সময়ত অগ্ৰণী সূত্ৰিকা _____ দিশত একাদিক্ৰমে সংশ্লেষিত হয়।

In DNA replication, the leading strand is synthesized continuously in _____ direction.

(c) 'Nucleic acid' শব্দটো _____য়ে দিছিল।

The term 'nucleic acid' was given by _____.

(d) AUGয়ে _____ এমিন' এছিড ক'ড কৰে।

AUG codes for amino acid _____.

**2.** চমু টোকা লিখা (যি কোনো দুটা) : 3×2=6

Write short notes on (any *two*) :

(a) tRNAৰ গঠন

Structure of tRNA

(b) প্ৰকোষকেন্দ্ৰীয় DNA পলিমেৰেজ

Prokaryotic DNA polymerase

(c) পুনঃসংযোজিত DNA

Recombinant DNA

(d) টাটা বক্স

TATA box

**3.** পাৰ্থক্য লিখা (যি কোনো দুটা) : 2×2=4

Differentiate between (any *two*) :

(a) লিডিং আৰু লেগিং ষ্ট্ৰেণ্ড

Leading and Lagging strand

(b) প্ৰকোষকেন্দ্ৰীয় আৰু সংকোষকেন্দ্ৰীয় লিপ্যন্তৰ

Prokaryotic and Eukaryotic transcription





(c) নিউক্লিঅ'টাইড আৰু নিউক্লিঅ'ছাইড

Nucleotide and Nucleoside

(d) প্ৰৰোচক আৰু দমনযোগ্য অপেৰন

Inducible and Repressible operon

**4.** উপযুক্ত চিত্ৰসহ DNAৰ অনুকৃত্যায়ন বৰ্ণনা কৰা। 5+2=7

Describe the process of DNA replication with proper diagram.

নাইবা/*Or*

ৱাটচন আৰু ক্ৰিকৰ দ্বি-কুণ্ডলীযুক্ত DNAৰ গঠন চিত্ৰসহ বৰ্ণনা কৰা। 5+2=7

Describe Watson and Crick model of double helical DNA with diagram.

**5.** ইউকেৰিঅ'টত পোৱা বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ RNA পলিমাৰেজসমূহ কি কি? লিপ্যন্তৰৰ প্ৰসাৰণ আৰু সমাপন প্ৰক্ৰিয়া বৰ্ণনা কৰা। 2+6=8

What are the different types of RNA polymerases found in eukaryotes? Describe the process of elongation and termination of transcription.

নাইবা/*Or*

বেক্টেৰিয়াত লেক অপেৰনৰ গঠন আৰু কাৰ্যক্ষমতা চিত্ৰসহ বৰ্ণনা কৰা। 6+2=8

Describe the structure and functioning of lac operon in bacteria with diagram.

**6.** জিনীয় সংকেত কি? ইয়াৰ বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যসমূহ আলোচনা কৰা। 2+6=8

What is genetic code? Discuss their various characteristics.

*নাইবা/Or*

প্ৰ'টিন অনুবাদ কি? প্ৰ'কেৰিওটত প্ৰ'টিন অনুবাদ প্ৰক্ৰিয়াটোৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 1+7=8

What is protein translation? Discuss the process of protein translation in prokaryotes.

**7.** rDNA প্ৰযুক্তিৰ নীতি আৰু পদ্ধতিৰ বিষয়ে বৰ্ণনা কৰা। 2+6=8

Describe the principle and procedure of rDNA technology.

*নাইবা/Or*

জিন ক্ল'নিং প্ৰক্ৰিয়াৰ বিষয়ে চিত্ৰসহ বৰ্ণনা কৰা। 8

Discuss the process of gene cloning with suitable diagram.

★★★

**4 SEM FYUGP MTHC4A**

# 2025

( June )

## MATHEMATICS

( Core )

Paper : MTHC4A

**( Numerical Methods )**

*Full Marks* : 45

*Time* : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

**1.** *(a)* আপেক্ষিক ত্ৰুটিৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define relative error.

*(b)* সমীকৰণ এটাৰ মূল বিচাৰি উলিয়াবলৈ দ্বিবিভাজন পদ্ধতিৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 4

Discuss bisection method to find a root of an equation.

অথবা / Or

নিউটন-ৰাফচন পদ্ধতিৰ $\sqrt{12}$ৰ মান দশমিকৰ চাৰিটা স্থানলৈ উলিওৱা।

Find $\sqrt{12}$ to four places of decimal by Newton-Raphson method.

(c) ছেদক পদ্ধতিৰ অভিসৰণৰ হাৰ আলোচনা কৰা। 4

Discuss the rate of convergence of secant method.

অথবা / Or

চমু টোকা লিখা :

Write short notes on :

(i) নিৰপেক্ষ ক্ৰুটি

Absolute error

(ii) ট্ৰাংকেচন ক্ৰুটি

Truncation error





**2.** (a) ক্ৰমবৰ্ধমান মৌলকক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define permutation matrix.

(b) গাউছ এলিমিনেচন পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি চিস্টেমটো সমাধান কৰা : 2

Solve the system using Gauss elimination method :

$$-x_1 + x_2 - 2x_3 = 4$$
$$x_2 - x_3 = 1$$
$$-x_2 + 2x_3 = 0$$

(c) গাউছ-জৰ্ডান পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি সমাধান কৰা : 6

Apply Gauss-Jordan method to solve

$$3x + y + 2z = 3$$
$$2x - 3y - z = -3$$
$$x + 2y + z = 4$$

অথবা / Or

গাউছ-ছেইডেল পদ্ধতিৰ অভিসৰণৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা।

Discuss the convergence of Gauss-Seidel method.

3. (a) প্ৰতিটোৰ এটা উদাহৰণেৰে ইন্টাৰপলেচন আৰু এক্সট্ৰাপলেচনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define interpolation and extrapolation with an example of each.

(b) প্ৰমাণ কৰা

Prove that

$$\Delta(f_i^2) = (f_i + f_{i+1})\Delta f_i$$ 2

(c) লেগ্ৰেঞ্জৰ ইন্টাৰপলেচন সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি, 2 বা তাতকৈ কম ডিগ্ৰীৰ অনন্য বহুপদ $P(x)$ এনেদৰে উলিওৱা যাতে

Using Lagrange interpolation formula, find the unique polynomial $P(x)$ of degree 2 or less such that

$$P(1) = 1,\ P(3) = 27,\ P(4) = 64$$ 5

অথবা / Or

নিউটন-গ্ৰেগৰী ফৰৱাৰ্ড ইন্টাৰপলেচন পদ্ধতিৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা।

Discuss Newton-Gregory forward interpolation method.





4. (a) সংখ্যাগত সংহতিৰ দ্বিঘাত নিয়মৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define quadrature rule of the numerical integraion.

(b) পাঁচটা স্থানাংকৰ সৈতে ট্ৰেপেজয়ডাল নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰি $\int_{-2}^{2} \frac{x}{5+2x}dx$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

Evaluate $\int_{-2}^{2} \frac{x}{5+2x}dx$ using trapezoidal rule with five ordinates.

অথবা / Or

সংখ্যাগত সংহতিৰ চিম্পছনৰ 3/8th নিয়মটো উলিওৱা।

Derive Simpson's 3/8th rule of numerical integration.

(c) সংমিশ্ৰিত চিম্পছনৰ $\frac{1}{3}$rd নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰি $\int_{0}^{1} \frac{dx}{1+x^2}$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

Evaluate $\int_{0}^{1} \frac{dx}{1+x^2}$ by using composite Simpson's $\frac{1}{3}$rd rule.

অথবা / Or

সংখ্যাগত সংহতিত Boole's নিয়মৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা।

Discuss Boole's rule in numerical integration.

**5.** *(a)* অইলাৰৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $h = 0\cdot2$ লৈ আৰম্ভিক মানৰ সমস্যাটো $y' = x^2 + y^2,\ y(0) = 1$ৰ বাবে $y\,(0\cdot4)$ৰ সান্নিধ্য মান উলিওৱা। 3

Find an approximation to $y\,(0\cdot4)$ for the initial value problem

$$y' = x^2 + y^2,\ y(0) = 1$$

using Euler method with $h = 0\cdot2$.

*(b)* দিয়া আছে $y' = x + \sin y,\ y(0) = 1$, দেখুওৱা যে $h = 0\cdot2$ স্তৰৰ সৈতে অইলাৰৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰাটো যথেষ্ট, য'ত $y(0\cdot2)$ গণনা কৰোতে $0\cdot05$ তকৈ কম ভুল হয়। 6

Given the equation $y' = x + \sin y$ with $y(0) = 1$, show that it is sufficient to use Euler's method with the step $h = 0\cdot2$ to compute $y(0\cdot2)$ with an error less than $0\cdot05$.





অথবা / Or

দিয়া আছে

$$\frac{dy}{dx} = y - x,\ y(0) = 2$$

Runge-Kutta পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $y(0\cdot1)$ আৰু $y(0\cdot2)$ৰ মান তিনিটা দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধকৈ উলিওৱা।

Given $\frac{dy}{dx} = y - x,\ y(0) = 2$, find $y(0\cdot1)$ and $y(0\cdot2)$ correct to three decimal places using Runge-Kutta method.

★★★

Total No. of Printed Pages—8

**4 SEM FYUGP MTHC4B**

# 2025

( June )

## MATHEMATICS

( Core )

Paper : MTHC4B

**( Riemann Integration and Series of Functions )**

*Full Marks* : 60

*Time* : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

**1.** *(a)* $[a, b]$ ; $a, b \in \mathbb{R}$ ৰ টেগড্ পাৰ্টিশ্যনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define a tagged partition of $[a, b]$ ; $a, b \in \mathbb{R}$.

*(b)* $[a, b]$ত সীমাবদ্ধ থকা এটা ফলন $f$ ৰ এটা পাৰ্টিশ্যন $[a, b]$ ৰ সাপেক্ষে নিম্ন আৰু উৰ্ধ্ব সমষ্টিৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define the upper and lower sums of a function $f$ bounded on $[a, b]$ with respect to a partition of $[a, b]$.

(c) যদি [0, 1]ত $f$ এটা একস্বৰ ক্ৰমবৰ্ধমান ফলন হয় আৰু $P=\left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, 1\right\}$, [0, 1]ৰ এটা পাৰ্টিশ্যন হয়, তেন্তে $L(f, P)$ আৰু $U(f, P)$ নিৰ্ণয় কৰা। 4

If $P$ is a partition of [0, 1] given by

$$P=\left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, 1\right\}$$

and $f$ is a strictly increasing function on [0, 1], then find $L(f, P)$ and $U(f, P)$.

(d) যদি $\forall \varepsilon>0$, $[a, b]$ত সীমাবদ্ধ এটা ফলন $f$ এ নিম্নোক্ত চৰ্ত

$$U(f, P)-L(f, P)<\varepsilon$$

সিদ্ধ কৰে য'ত $P$, $[a, b]$ৰ এক পাৰ্টিশ্যন, তেন্তে দেখুওৱা যে $f$, $[a, b]$ত অনুকলনীয় হ'ব। 4

If $\forall \varepsilon>0$, $\exists$ a bounded function $f$ on $[a, b]$ satisfying $U(f, P)-L(f, P)<\varepsilon$, where $P$ is a partition of $[a, b]$, then show that $f$ is integrable on $[a, b]$.

(e) দিয়া আছে (Given)

$$f(x)=\begin{cases}0, & x \in \mathbb{R}-\mathbb{Q} \\ 1, & x \in \mathbb{Q}\end{cases}$$

$f$ অনুকলনীয় হয় নে নহয়, পৰীক্ষা কৰা। 4

investigate whether $f$ is integrable or not.





অথবা / Or

দেখুওৱা যে সকলো সীমাবদ্ধ ফলন অনুকলনীয় নহয়।

Establish that all bounded functions are not integrable.

(f) দেখুওৱা যে যদি $[a, b]$ত $f$ এটা সীমাবদ্ধ ফলন যিটো ডাৰ্বিউ অনুকলনীয়, সেই ফলন $[a, b]$ত ৰীমান অনুকলনীয় হ'ব। 4

Establish that Darboux's integrability of a bounded function $f$ on $[a, b]$ implies Riemann integrability of that function on $[a, b]$.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে (Show that)

$$F(x)=\int_{a}^{x} f(x)\,dx\,;\ x \in [a, b]$$

$[a, b]$ত অনবিচ্ছিন্ন আৰু যদি $f$, $x \in [a, b]$ত অনবিচ্ছিন্ন হয়, তেন্তে $F$ অৱকলনীয় হ'ব আৰু তেতিয়া $f=F'$ হ'ব।

is continuous on $[a, b]$ and if $f$ is continuous on $x \in [a, b]$, then $F$ is differentiable and $f=F'$.

2. (a) তলৰ যি কোনো দুটাৰ অভিসাৰিতা পৰীক্ষা কৰা : 2×2=4

Examine the convergence of any *two* of the following :

(i) $\int_0^\infty \frac{x^{2n}}{1+x^{2m}}dx$

(ii) $\int_0^\infty \frac{xdx}{(1+x)^3}$

(iii) $\int_0^\infty \sin x^2 \, dx$

(b) দেখুওৱা যে

Show that

(i) $\int_0^a \frac{dx}{(a^n - x^n)^{\frac{1}{n}}} = \frac{\pi}{n\sin\frac{\pi}{n}}$

(ii) $\frac{\Gamma(n)}{c^n} = \int_0^\infty e^{-cy}y^{n-1}\,dy$ 2+2=4

(c) দেখুওৱা যে

Show that

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\,\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$$ 3





3. (a) বাস্তৱ ফলনৰ অনুক্ৰমৰ বিন্দুমাত্ৰিক অভিসাৰিতাৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define pointwise convergence of a sequence of functions on $\mathbb{R}$.

(b) দিয়া আছে (Given)

$$f : \{1, 2, 3\} \to \mathbb{R}$$
$$f_n(k) = n(\text{mod } k);\ k = 1, 2, 3$$

য'ত $n(\text{mod } k)$, $k$ ক $n$ ৰে হৰণ কৰিলে থকা বাকী। দেখুওৱা যে $(f_n)$ বিন্দুমাত্ৰিক অভিসাৰী নহয়। 2

where $n(\text{mod } k)$ is the remainder when $n$ divides $k$. Show that $(f_n)$ does not converge pointwise.

(c) তলৰ যি কোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ দিয়া : 4×4=16

Answer any *four* of the following :

(i) যদি $f_n(x) = x^2e^{-nx}$ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $(f_n)$, $[0, \infty)$ত সমমাত্ৰিকভাৱে 0 লৈ অভিসাৰী হ'ব।

If $f_n(x) = x^2e^{-nx}$, then show that the sequence $(f_n)$ converges uniformly to 0 on $[0, \infty)$.

(ii) $(f_n)$ অনুক্ৰমৰ বাবে ক'চিৰ সমমাত্ৰিক অনুক্ৰমৰ চৰ্ত লিখি প্ৰমাণ কৰা, য'ত $f_n : X \to \mathbb{R}$ ; $X \subseteq \mathbb{R}$.

State and prove Cauchy's criterion of uniform convergence for the sequence $(f_n)$, where

$$f_n : X \to \mathbb{R}\,;\; X \subseteq \mathbb{R}$$

*(iii)* ফলনৰ শ্ৰেণীৰ নিশ্চিত আৰু সমমাত্ৰিক অভিসাৰিতাৰ ৱেইৰস্ট্ৰাচৰ $M$-টেষ্টটো উল্লেখ কৰা আৰু ইয়াৰ পৰা দেখুওৱা যে তলৰ শ্ৰেণীটো সমমাত্ৰিক অভিসাৰী :

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \cos nt;\; 0 < r < 1$$

State Weierstrass $M$-test for absolute and uniform convergence of a series of functions and hence show that the series

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \cos nt;\; 0 < r < 1$$

converges uniformly.

*(iv)* দেখুওৱা যে তলৰ শ্ৰেণীটো যি কোনো অন্তৰাল $[a, b]$ত সমমাত্ৰিকভাৱে অভিসাৰী :

Show that the following series is uniformly convergent on any interval $[a, b]$ :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$$





*(v)* যদি $(f_n)$ সমমাত্ৰিকভাৱে $f$ লৈ $X$ৰ ওপৰত অভিসাৰী হয়, য'ত $f_n : X \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ আৰু $f_n$ বোৰ $a \in X$ত অনবিচ্ছিন্ন হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $f$, $a \in X$ত অনবিচ্ছিন্ন হ'ব।

If $(f_n)$, where $f_n : X \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ converges uniformly on $X$ to $f$ and $f_n$'s are continuous at $a \in X$, then show that $f$ is continuous at $a \in X$.

**4.** *(a)* সূচক শ্ৰেণী $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$ক $f_n$ ; $n = 0, 1, 2, \cdots$ ফলনৰ অসীম শ্ৰেণী হিচাবে প্ৰকাশ কৰা। 1

Express the power series $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$ in the form of an infinite series of functions $f_n$ ; $n = 0, 1, 2, \cdots$.

*(b)* সূচক শ্ৰেণী $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$ ৰ বাবে এটা বিস্তৃত বাস্তৱ সংখ্যা $R$ নিৰ্ণয় কৰা যাতে $\frac{1}{R} = \lim \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$. 3

For the power series $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$ determine an extended real number $R$ such that $\frac{1}{R} = \lim \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$.

(c) যদি এটা সূচক শ্ৰেণী $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$ নিশ্চিত আৰু সমমাত্ৰিকভাৱে $f$ লৈ অভিসাৰী হয়, দেখুওৱা যে $f$, $(-R, R)$ত অনবিচ্ছিন্ন হ'ব, য'ত $R$; $0 < R \le \infty$, এটা বিস্তৃত বাস্তৱ সংখ্যা। 3

If a power series $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$ converges absolutely and uniformly to a function $f$, show that there exists an extended real number $R$; $0 < R \le \infty$ such that $f$ is continuous on $(-R, R)$.

(d) আবেল'ৰ সীমা সূত্ৰ উল্লেখ কৰি, ইয়াৰ সহায়েৰে দেখুওৱা যে সূচক শ্ৰেণী $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1}$ সমমাত্ৰিকভাৱে অভিসাৰী। 4

State Abel's limit theorem and use it to show that the power series

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

is uniformly convergent.

★★★

Total No. of Printed Pages—8

**4 SEM FYUGP MTHC4C**

**2025**

( June )

MATHEMATICS

( Core )

Paper : MTHC4C

**( Ring Theory and Linear Algebra I )**

*Full Marks* : 60

*Time* : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

**1.** *(a)* ৰিং এটাত এককৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define unity in a ring.

*(b)* এটা ৰিঙৰ উপসংহতিৰ উদাহৰণ দিয়া যি যোগৰ সাপেক্ষে এটা উপগোট কিন্তু উপৰিং নহয়। 2

Give an example of a subset of a ring that is a subgroup under addition but not a subring.

*(c)* এটা সসীম অখণ্ড ড'মেইন এটা ক্ষেত্ৰ বুলি প্ৰমাণ কৰা। 3

Prove that a finite integral domain is a field.

(d) এটা ৰিঙৰ বৈশিষ্ট্য সংজ্ঞায়িত কৰা। ধৰা হওক $R$ একক 1 থকা এটা আঙঠি। প্ৰমাণ কৰা যে যদি 1ৰ যোগৰ অধীনত অসীম ক্ৰম থাকে, তেন্তে $R$ৰ বৈশিষ্ট্য 0 আৰু যদি 1ৰ যোগৰ অধীনত $n$ ক্ৰম থাকে, তেন্তে $R$ৰ বৈশিষ্ট্য $n$. 2+3=5

Define characteristic of a ring. Let $R$ be a ring with unity 1. Prove that if 1 has infinite order under addition, then the characteristic of $R$ is 0 and if 1 has order $n$ under addition, then the characteristic of $R$ is $n$.

নাইবা / Or

Prime Ideal আৰু Maximal Idealৰ সংজ্ঞা দিয়া। $R$ক একক থকা এটা কমিউটেটিভ ৰিং বুলি ধৰা হওক আৰু $A$ক $R$ৰ ideal. প্ৰমাণ কৰা যে $R/A$ এটা integral domain যদি আৰু কেৱল যদি $A$ মৌলিক হয়। 5

Define Prime Ideal and Maximal Ideal. Let $R$ be a commutative ring with unity and let $A$ be an ideal of $R$. Then prove that $R/A$ is an integral domain if and only if $A$ is prime.

2. (a) "ধৰা হওক $R$ বৈশিষ্ট্য 2ৰ এটা বিনিময় ৰিং। তেতিয়া $a \to a^2$ মেপিং $R$ৰ পৰা $R$ লৈ আঙঠি সমৰূপতা নহয়।" সত্য নে অসত্য লিখা। 1

"Let R be a commutative ring of characteristic 2. Then the mapping $a \to a^2$ is not a ring homomorphism from $R$ to $R$." State True or False.





(b) ধৰা হওক $R$ এটা একক 1 থকা এটা আঙঠি। $n \to n.1$ দ্বাৰা দিয়া মেপিং $f : Z \to R$ এটা ৰিঙৰ সমৰূপতা বুলি প্ৰমাণ কৰা। 3

Let $R$ be a ring with unity 1. Prove that the mapping $f : Z \to R$ given by $n \to n.1$ is a ring homomorphism.

(c) $Z \oplus Z$ৰ পৰা $Z$ লৈ সকলোবোৰ ৰিঙৰ সমৰূপতা উলিওৱা। 3

Determine all ring homomorphisms from $Z \oplus Z$ to $Z$.

(d) ধৰা হওক $D$ এটা অবিচ্ছেদ্য ড'মেইন। প্ৰমাণ কৰা যে এটা ক্ষেত্ৰ $F$ আছে য'ত $D$ৰ সমৰূপী এটা উপৰিং থাকে। 4

Let $D$ be an integral domain. Then prove that there exists a field $F$ that contains a subring isomorphic to $D$.

নাইবা / Or

$R$ক একক থকা এটা ৰিং আৰু $\phi$ক $R$ৰ $S$ৰ ওপৰত এটা ৰিঙৰ সমৰূপতা বুলি ধৰা হওক য'ত $S$ৰ এটাতকৈ অধিক মৌল আছে। $S$ৰ এটা একক আছে বুলি প্ৰমাণ কৰা।

Let $R$ be a ring with unity and let $\phi$ be a ring homomorphism from $R$ onto $S$ where $S$ has more than one element. Prove that $S$ has a unity.

(e) যদি $R$ একক থকা ৰিং আৰু $R$ৰ বৈশিষ্ট্য $n > 0$ হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $R$ ত $Z_n$ৰ সমৰূপী এটা উপৰিং থাকে আৰু যদি $R$ৰ বৈশিষ্ট্য 0 হয়, তেন্তে $R$ত $Z$ৰ সমৰূপী এটা উপৰিং থাকে। 4

If $R$ is a ring with unity and the characteristic of $R$ is $n > 0$, then prove that $R$ contains a subring isomorphic to $Z_n$ and if the characteristic of $R$ is 0, then $R$ contains a subring isomorphic to $Z$.

(f) যদি $F$ বৈশিষ্ট্য $p$ৰ এটা ক্ষেত্ৰ হয়, তেন্তে $F$ত এটা $Z_p$ৰ সমৰূপী উপক্ষেত্ৰ থাকে। যদি $F$, 0 বৈশিষ্ট্যৰ এটা ক্ষেত্ৰ হয়, তেন্তে $F$ত পৰিমেয় সংখ্যাৰ সমৰূপী এটা উপক্ষেত্ৰ থাকে। 4

If $F$ is a field of characteristic $p$, then $F$ contains a subfield isomorphic to $Z_p$. If $F$ is a field of characteristic 0, then show that $F$ contains a subfield isomorphic to the rational numbers.

নাইবা / Or

ধৰা হওক $n$ৰ দশমিক উপস্থাপন $a_k a_{k-1} \cdots a_1 a_0$. প্ৰমাণ কৰা যে $n$, 11ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি আৰু যদিহে $a_0 - a_1 + a_2 - \cdots (-1)^k a_k$, 11ৰে বিভাজ্য হয়।

Let $n$ be an integer with decimal representation, $a_k a_{k-1} \cdots a_1 a_0$. Prove that $n$ is divisible by 11 if and only if $a_0 - a_1 + a_2 - \cdots (-1)^k a_k$ is divisible by 11.





3. (a) যদি $S$ এটা ৰৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল ভেক্টৰৰ গোট, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $S$ত থকা এটা ভেক্টৰ আনবোৰৰ ৰৈখিক সংমিশ্ৰণ। 3

If $S$ is a linearly dependent set of vectors, prove that one of the vectors in $S$ is a linear combination of the others.

(b) যদি $V$, 5 মাত্ৰাৰ $F$ৰ ওপৰত ভেক্টৰ স্থান আৰু $U$ আৰু $W$, 3 মাত্ৰাৰ $V$ৰ উপভেক্টৰ স্থান হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $U \cap W \neq \{0\}$. 4

If $V$ is a vector space over $F$ of dimension 5 and $U$ and $W$ are subspaces of $V$ of dimension 3, prove that $U \cap W \neq \{0\}$.

নাইবা / Or

প্ৰমাণ কৰা যে $n$ মাত্ৰাৰ $F$ৰ ওপৰত এটা সসীম-মাত্ৰিক ভেক্টৰ স্থান $V$ৰ $(n+1)$ বা তাতকৈ অধিক ভেক্টৰ স্থানৰ প্ৰতিটো গোট ৰৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল।

Prove that each set of $(n+1)$ or more vectors of a finite-dimensional vector space $V$ over $F$ dimension $n$ is linearly dependent.

(c) ভেক্টৰ স্থানৰ ভিত্তি নিৰ্ধাৰণ কৰা। যদি $\{u_1, u_2, \cdots, u_m\}$ আৰু $\{w_1, w_2, \cdots, w_n\}$ দুয়োটা $F$ ক্ষেত্ৰৰ ওপৰত ভেক্টৰ স্থান $V$ৰ ভিত্তি হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $m = n$. 4

If $\{u_1, u_2, \cdots, u_m\}$ and $\{w_1, w_2, \cdots, w_n\}$ are both bases of a vector space $V$ over a field $F$, then prove that $m = n$.

নাইবা / *Or*

যদি $U$ এটা সসীম-মাত্ৰিক ভেক্টৰ স্থান $V$ৰ এটা সঠিক উপস্থান হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $U$ৰ মাত্ৰা $V$ৰ মাত্ৰাতকৈ কম।

If $U$ is a proper subspace of a finite-dimensional vector space $V$, show that the dimension of $U$ is less than the dimension of $V$.

**4.** (a) $F$ৰ ওপৰত $V$ আৰু $W$ ভেক্টৰ স্থানৰ বাবে একক আৰু শূন্য ৰূপান্তৰ সংজ্ঞায়িত কৰা। 1+1=2

Define identity and zero transformations for the vector spaces $V$ and $W$ over $F$.

(b) ভেক্টৰ স্থানৰ ৰৈখিক ৰূপান্তৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱাওক যে মেপিং $T:(a, b) \to (a+2, b+3)$ $\mathbb{R}^2$ৰ ওপৰত $V$ৰ ৰৈখিক ৰূপান্তৰ নহয়। 1+3=4

Define linear transformation of a vector space. Show that the mapping $T:(a, b) \to (a+2, b+3)$ of $V$ over $\mathbb{R}^2$ into itself is not a linear transformation.

(c) $T$ হৈছে $V$ৰ পৰা $W$লৈ এটা ৰৈখিক ৰূপান্তৰ। প্ৰমাণ কৰা যে $T$ৰ সাপেক্ষে $V$ৰ ছবিখন $W$ৰ এটা উপস্থান। 4

Let $T$ be a linear transformation from $V$ to $W$. Prove that the image of $V$ under $T$ is a subspace of $W$.





নাইবা / *Or*

ধৰা হওক $T$ এটা ভেক্টৰ স্থান $V$ৰ ৰৈখিক ৰূপান্তৰ। প্ৰমাণ কৰা যে $\{v \in V \mid T(v) = 0\}$, $T$ৰ কাৰ্নেল, $V$ৰ এটা উপস্থান।

Let $T$ be a linear transformation of a vector space $V$. Prove that $\{v \in V \mid T(v) = 0\}$, the Kernel of $T$, is a subspace of $V$.

(d) ধৰা হওক $V$ আৰু $W$ ভেক্টৰ স্থান, আৰু $T: V \to W$ ৰৈখিক। যদি $V$ সসীম-মাত্ৰিক হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে,

$$\text{nullity}(T) + \text{rank}(T) = \dim(V)$$ 4

Let $V$ and $W$ be vector spaces, and let $T: V \to W$ be linear. If $V$ is finite-dimensional then prove that

$$\text{nullity}(T) + \text{rank}(T) = \dim(V)$$

নাইবা / *Or*

ধৰা হওক $V$ আৰু $W$ ভেক্টৰ স্থান আৰু $T: V \to W$ ৰৈখিক। প্ৰমাণ কৰা যে $T$ এক-এক যদি আৰু যদিহে $T$এ $V$ৰ ৰৈখিকভাৱে স্বাধীন উপগোটসমূহ $W$ৰ ৰৈখিকভাৱে স্বাধীন উপগোটসমূহৰ ওপৰত থাকে।

Let $V$ and $W$ be vector spaces and $T: V \to W$ be linear. Prove that $T$ is one-one if and only if $T$ carries linearly independent subsets of $V$ onto linearly independent subsets of $W$.

*(e)* ধৰা হওক β আৰু γ ক্ৰমে $\mathbb{R}^2$ আৰু $\mathbb{R}^3$ৰ বাবে প্ৰামাণিক ক্ৰমবদ্ধ ভিত্তি। তেন্তে $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ যাতে

$$T(a_1, a_2) = (2a_1 - a_2, 3a_1 + 4a_2, a_1)$$

দ্বাৰা সংজ্ঞায়িত ৰৈখিক ৰূপান্তৰ $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ৰ বাবে মেট্ৰিক্স উপস্থাপন কৰা। 5

Let β and γ be the standard ordered bases for $\mathbb{R}^2$ and $\mathbb{R}^3$ respectively, then for the linear transformation $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ defined by

$$T(a_1, a_2) = (2a_1 - a_2, 3a_1 + 4a_2, a_1)$$

compute the matrix representation.

*নাইবা / Or*

ধৰা হওক $V$ আৰু $W$ এটা $F$ ক্ষেত্ৰৰ ওপৰত ভেক্টৰ স্থান, আৰু $T, U: V \to W$ ৰৈখিক। প্ৰমাণ কৰা যে

Let $V$ and $W$ be vector spaces over a field $F$, and let $T, U: V \to W$ be linear. Prove that

*(i)* সকলো $a \in F, aT + U$ৰ বাবে ৰৈখিক;

for all $a \in F, aT + U$ is linear;

*(ii)* $V$ৰ পৰা $W$লৈ সকলো ৰৈখিক ৰূপান্তৰৰ সংগ্ৰহ $F$ৰ ওপৰত এটা ভেক্টৰ স্থান।

the collection of all linear transformations from $V$ to $W$ is a vector space over $F$.

★★★

**4 SEM FYUGP MTHC4D**

**2025**

( June )

MATHEMATICS

( Core )

Paper : MTHC4D

**( PDE and System of ODE )**

*Full Marks* : 60

*Time* : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

**1.** *(a)* $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial z}{\partial y}=0$ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ ঘাত লিখা। 1

Write the degree of the PDE $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial z}{\partial y}=0$.

*(b)* $y^2 p - xyq = x(z-2y)$ সমীকৰণটোৰ লাগ্ৰাঞ্জৰ সহায়ক সমীকৰণ লিখা। 1

Write the Lagrange's auxiliary equation for $y^2 p - xyq = x(z-2y)$.

*(c)* বৈখিক আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define linear partial differential equation.

*(d)* সমাধান কৰা (যি কোনো এটাৰ) : 5

Solve (any *one*) :

*(i)* $yzp + zxq = xy$

*(ii)* $z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2$

**2.** *(a)* Charpitৰ পদ্ধতিৰে $p = (z+qy)^2$ সমীকৰণটোৰ সম্পূৰ্ণ সমাধান উলিওৱা। 5

Find the complete integral of the equation $p = (z+qy)^2$ by Charpit's method.

অথবা / *Or*

$p_3 x_3 (p_1 + p_2) + x_1 + x_2 = 0$ৰ সম্পূৰ্ণ সমাধান উলিওৱা।

Find the complete integral of $p_3 x_3 (p_1 + p_2) + x_1 + x_2 = 0$.

*(b)* $\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = u$ সমীকৰণটোৰ কেনোনিকেল আকাৰত হ্ৰাস কৰা আৰু সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা। 6

Reduce the equation

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = u$$

to canonical form and obtain the general solution.





অথবা / *Or*

$\frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad u(0, y) = 4e^{-2y}$ প্ৰাৰম্ভিক সমস্যাটোৰ চলক পৃথকিকৰণ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা।

Solve the initial value problem

$$\frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \; u(0, y) = 4e^{-2y}$$

by the method of separation of variables.

**3.** *(a)* $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$ সমীকৰণটোৰ অধিবৃত্তীয় হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition when the equation $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$ is parabolic.

*(b)* $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ সমীকৰণটো শ্ৰেণীভুক্ত কৰা। 2

Classify the equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

*(c)* $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ সমীকৰণটোক কেনোনিকেল আকাৰত হ্ৰাস কৰা। 5

Reduce the equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

to canonical form.

অথবা / Or

সমাধান কৰা (solve) :

$$p+r+s=1$$

(d) একমাত্ৰিক তৰংগ সমীকৰণ উলিওৱা। 7

Derive one-dimensional wave equation.

অথবা / Or

চলক পৃথকীকৰণ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি একমাত্ৰিক তাপ সমীকৰণ সমাধান কৰা।

Solve one-dimensional heat equation by the method of separation of variables.

**4.** (a) দ্বি-মাত্ৰিক তাপ সমীকৰণৰ সাধাৰণ ৰূপ লিখা। 1

Write the general form of two-dimensional wave equation.

(b) চলক পৃথকীকৰণ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি সমাধান কৰা: 6

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=0$$

Solve $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=0$ using the method of separation of variable.





অথবা / Or

সমাধান কৰা (Solve) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=k^2\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$$

যেতিয়া/when

$$u(0,t)=u(l,t)=0,\ u(x,0)=\sin\frac{\pi x}{l}$$

**5.** (a) চলক সহগ থকা সাধাৰণ অৱকল সমীকৰণৰ ৰৈখিক ব্যৱস্থাৰ উদাহৰণ লিখা। 1

Write an example of linear system of ODE with variable coefficient.

(b) $\frac{d^3x}{dt^3}+2\frac{d^2x}{dt^2}-\frac{dx}{dt}-2x=e^{3t}$ ৰৈখিক অৱকল সমীকৰণটো প্ৰথম বৰ্গৰ ব্যৱস্থা অৱকল সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰিত কৰা। 3

Transform the linear differential equation

$$\frac{d^3x}{dt^3}+2\frac{d^2x}{dt^2}-\frac{dx}{dt}-2x=e^{3t}$$

into system of first-order differential equation.

অথবা / Or

$2\frac{dx}{dt}+6\frac{dy}{dt}+7y=t$ সমীকৰণক স্বাভাৱিক ৰূপত লিখা।

Write the equation $2\frac{dx}{dt}+6\frac{dy}{dt}+7y=t$ into normal form.

(c) ধৰা (Let) $L_1 \equiv 2D+1$, $L_2 \equiv D^2+1$, $f(t)=t^3$ য'ত (where) $D \equiv \frac{d}{dt}$, দেখুওৱা যে (show that) $L_1L_2f = L_2L_1f$. 4

অথবা / Or

$\frac{dx}{dt}=6x-3y$, $\frac{dy}{dt}=2x+y$ ৰ সমাধানত জড়িত সমীকৰণটোৰ বৈশিষ্টমূলক মূলবোৰ উলিওৱা।

Find the characteristic roots of the equation associated in the solution of

$$\frac{dx}{dt}=6x-3y,\quad \frac{dy}{dt}=2x+y$$

**6.** (a) অইলাৰৰ পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা। 5

Describe Euler's method.





অথবা / Or

$\frac{dy}{dx}=x+y$, $y(0)=1$ ৰ সঠিক সমাধানটোক সংযুক্ত কৰা ফলনটোৰ প্ৰথম দুটা আনুমানিক মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find first two approximations of the function that approximate the exact solution of the equation

$$\frac{dy}{dx}=x+y,\ y(0)=1$$

(b) $\frac{dx}{dt}=5x-2y$, $\frac{dy}{dt}=4x-y$, সমীকৰণৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা। 6

Find the general solution of the linear system of equations

$$\frac{dx}{dt}=5x-2y,\quad \frac{dy}{dt}=4x-y$$

অথবা / Or

অপাৰেটৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমীকৰণৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা :

Using operator method, find the general solution of the following equations :

$$\frac{dx}{dt}+\frac{dy}{dt}-x-3y=e^t$$
$$\frac{dx}{dt}+\frac{dy}{dt}+x=e^{3t}$$

★★★